Ejercicios de Matemáticas I 1º Bachillerato **HOJA 2**

1.

Sabiendo que $log_5 A = 1,8$ y $log_5 B = 2,4$, calcula:

a) $log_5 \sqrt[3]{\dfrac{A^2}{25B}}$ **b)** $log_5 \dfrac{5\sqrt{A^3}}{B^2}$

a) $log_5 \sqrt[3]{\dfrac{A^2}{25B}} = \dfrac{1}{3}[2\ log_5 A - log_5 25 - log_5 B] = \dfrac{1}{3}[2 \cdot 1,8 - 2 - 2,4] = \dfrac{-0,8}{3} \approx -0,27$

b) $log_5 \dfrac{5\sqrt{A^3}}{B^2} = log_5 5 + \dfrac{3}{2}\ log_5 A - 2\ log_5 B = 1 + \dfrac{3}{2} \cdot 1,8 - 2 \cdot 2,4 = 1 + 2,7 - 4,8 = -1,1$

2.

Calcula:

a) $log_2 1\,024$ **b)** $log\ 0,001$ **c)** $log_2 \dfrac{1}{64}$ **d)** $log_{\sqrt{3}} 3$

e) $log_3 \sqrt{3}$ **f)** $log_2 \sqrt{8}$ **g)** $log_{1/2} \dfrac{2}{\sqrt{2}}$ **h)** $log_\pi 1$

a) $log_2 2^{10} = 10$ b) $log\ 10^{-3} = -3$ c) $log_2 2^{-6} = -6$

d) $log_{\sqrt{3}} (\sqrt{3})^2 = 2$ e) $log_3 3^{1/2} = \dfrac{1}{2}$ f) $log_2 2^{3/2} = \dfrac{3}{2}$

g) $log_{1/2} \left(\dfrac{1}{2}\right)^{-1/2} = -\dfrac{1}{2}$ h) 0

3.

Calcula, utilizando la definición de logaritmo:

a) $log_2 64 + log_2 \dfrac{1}{4} - log_3 9 - log_2 \sqrt{2}$

b) $log_2 \dfrac{1}{32} + log_3 \dfrac{1}{27} - log_2 1$

a) $6 - 2 - 2 - \dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{2}$

b) $-5 - 3 - 0 = -8$

4.

Calcula la base de estos logaritmos:

a) $log_x 125 = 3$ **b)** $log_x \dfrac{1}{9} = -2$

a) $x^3 = 125;\ \ x = 5$ b) $x^{-2} = \dfrac{1}{9};\ \ x = 3$

5.

Calcula el valor de x en estas igualdades:

a) $\log 3^x = 2$ **b)** $\log x^2 = -2$ **c)** $7^x = 115$ **d)** $5^{-x} = 3$

a) $x = \dfrac{2}{\log 3} = 4{,}19$

b) $2 \log x = -2;\ \ x = \dfrac{1}{10}$

c) $x = \dfrac{\log 115}{\log 7} = 2{,}438$

d) $x = -\dfrac{\log 3}{\log 5} = -0{,}683$

6.

Halla el valor de x en estas expresiones aplicando las propiedades de los logaritmos:

a) $\ln x = \ln 17 + \ln 13$

b) $\log x = \log 36 - \log 9$

c) $\ln x = 3 \ln 5$

d) $\log x = \log 12 + \log 25 - 2 \log 6$

e) $\ln x = 4 \ln 2 - \dfrac{1}{2} \ln 25$

☛ ***a) Por logaritmo de un producto:*** $\ln x = \ln(17 \cdot 13)$

a) $\ln x = \ln(17 \cdot 13) \Rightarrow x = 17 \cdot 13 = 221$

b) $\log x = \log \dfrac{36}{9} \Rightarrow x = \dfrac{36}{9} = 4$

c) $\ln x = \ln 5^3 \Rightarrow x = 5^3 = 125$

d) $\log x = \log \dfrac{12 \cdot 25}{6^2} \Rightarrow x = \dfrac{25}{3}$

e) $\ln x = \ln 2^4 - \ln \sqrt{25}$

$\ln x = \ln 16 - \ln 5$

$\ln x = \ln \dfrac{16}{5} \Rightarrow x = \dfrac{16}{5}$

7.

Sabiendo que $\log 3 = 0{,}477$, calcula el logaritmo decimal de 30; 300; 3 000; 0,3; 0,03; 0,003.

$\log 30 = \log(3 \cdot 10) = \log 3 + \log 10 = 0{,}477 + 1 = 1{,}477$

$\log 300 = \log(3 \cdot 10^2) = \log 3 + 2 \log 10 = 2{,}477$

$\log 3\,000 = 0{,}477 + 3 = 3{,}477$

$\log 0{,}3 = \log(3 \cdot 10^{-1}) = 0{,}477 - 1 = -0{,}523$

$\log 0{,}03 = \log(3 \cdot 10^{-2}) = 0{,}477 - 2 = -1{,}523$

$\log 0{,}003 = 0{,}477 - 3 = -2{,}523$

8.

Sabiendo que $log\ k = 14{,}4$, calcula el valor de las siguientes expresiones:

a) $log\ \frac{k}{100}$ **b)** $log\ 0{,}1\ k^2$ **c)** $log\ \sqrt[3]{\frac{1}{k}}$ **d)** $(log\ k)^{1/2}$

a) $log\ k - log\ 100 = 14{,}4 - 2 = 12{,}4$

b) $log\ 0{,}1 + 2\ log\ k = -1 + 2 \cdot 14{,}4 = 27{,}8$

c) $\frac{1}{3}(log\ 1 - log\ k) = -\frac{1}{3} \cdot 14{,}4 = -4{,}8$

d) $(14{,}4)^{1/2} = \sqrt{14{,}4} = 3{,}79$

9.

Sabiendo que $ln\ k = 0{,}45$, calcula el valor de:

a) $ln\ \frac{k}{e}$ **b)** $ln\sqrt[3]{k}$ **c)** $ln\ \frac{e^2}{k}$

a) $ln\ \frac{k}{e} = ln\ k - ln\ e = 0{,}45 - 1 = -0{,}55$

b) $ln\ \sqrt[3]{k} = \frac{1}{3}\ ln\ k = \frac{1}{3} \cdot 0{,}45 = 0{,}15$

c) $ln\ \frac{e^2}{k} = 2\ ln\ e - ln\ k = 2 - 0{,}45 = 1{,}55$

10.

Comprueba que $\frac{log\ \frac{1}{a} + log\ \sqrt{a}}{log\ a^3} = -\frac{1}{6}$ **(siendo $a \neq 1$).**

$$\frac{-log\ a + 1/2\ log\ a}{3\ log\ a} = \frac{-1/2\ log\ a}{3\ log\ a} = -\frac{1}{6}$$

Ha de ser $a \neq 1$ para que $log\ a \neq 0$ y podamos simplificar.

11.

Halla algunos términos muy avanzados de las siguientes sucesiones e indica cuál es su límite:

a) $a_n = 5n - 10$ **b)** $b_n = 100 - n$

c) $c_n = \dfrac{n-3}{n+1}$ **d)** $d_n = \dfrac{n}{2n+1}$

a) $a_{10} = 40$; $a_{100} = 490$; $a_{1\,000} = 4\,990$

$lím\ a_n = +\infty$

b) $b_{10} = 90$; $b_{100} = 0$; $b_{1\,000} = -900$

$lím\ b_n = -\infty$

c) $c_{10} = 0{,}63$; $c_{100} \approx 0{,}9603$; $c_{1\,000} \approx 0{,}996$

$lím\ c_n = 1$

d) $d_{10} \approx 0{,}476$; $d_{100} \approx 0{,}498$; $d_{1\,000} \approx 0{,}4998$

$lím\ d_n = 0{,}5 = \dfrac{1}{2}$

12.

Calcula el límite de las siguientes sucesiones:

a) $a_n = \dfrac{(n-1)^2}{n^2+3}$ **b)** $b_n = \dfrac{\sqrt{n^2+1}}{2n}$

c) $c_n = \dfrac{3n+1}{\sqrt{n}}$ **d)** $d_n = \sqrt{\dfrac{4n-3}{n+2}}$

e) $e_n = \dfrac{(1+n)^3}{(n-2)^2}$ **f)** $f_n = \dfrac{\sqrt{n}}{1+\sqrt{n}}$

a) $a_{10} = 0{,}7864$; $a_{100} = 0{,}9798$; $a_{1\,000} = 0{,}9980$

$lím\ a_n = 1$

b) $b_{10} = 0{,}5025$; $b_{100} = 0{,}500025$; $b_{1\,000} = 0{,}50000025$

$lím\ b_n = 0{,}5 = \dfrac{1}{2}$

c) $c_{10} = 9{,}80$; $c_{100} = 30{,}1$; $c_{1\,000} = 94{,}90$

$lím\ c_n = +\infty$

d) $d_{10} = 1{,}756$; $d_{100} = 1{,}973$; $d_{1\,000} = 1{,}997$

$lím\ d_n = 2$

e) $e_{10} = 20{,}797$; $e_{100} = 107{,}278$; $e_{1\,000} = 1\,007{,}027$

$lím\ e_n = +\infty$

f) $f_{10} = 0{,}760$; $f_{100} = 0{,}909$; $f_{1\,000} = 0{,}969$

$lím\ f_n = 1$

13.

Halla los límites de las siguientes sucesiones:

$$a_n = \frac{5}{n} \qquad b_n = \frac{5 + 3n}{n + 1} \qquad c_n = \frac{n^2 + 1}{5n}$$

a) $a_{10} = 0{,}5 \qquad a_{100} = 0{,}05 \qquad a_{1\,000} = 0{,}005 \;\rightarrow\; \text{lím}\, \frac{5}{n} = 0$

b) $b_{10} = 3{,}18 \qquad b_{100} = 3{,}02 \qquad b_{1\,000} = 3{,}002 \;\rightarrow\; \text{lím}\, \frac{5 + 3n}{n + 1} = 3$

c) $c_{10} = 2{,}02 \qquad c_{100} = 20{,}002 \qquad c_{1\,000} = 200{,}0002 \;\rightarrow\; \text{lím}\, \frac{n^2 + 1}{5n} = +\infty$