EJERCICIOS DE MATEMÁTICAS 1º BACHILLERATO

1. Simplifica:

a) $3\sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{250} + 5\sqrt[3]{54} - 4\sqrt[3]{2}$

b) $\sqrt{\frac{2}{5}} - 4\sqrt{\frac{18}{125}} + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{8}{45}}$

c) $7\sqrt[3]{81a} - 2\sqrt[3]{3a^4} + \frac{\sqrt[3]{3a}}{5}$

a) $3\sqrt[3]{2^4} - 2\sqrt[3]{2 \cdot 5^3} + 5\sqrt[3]{2 \cdot 3^3} - 4\sqrt[3]{2} = 6\sqrt[3]{2} - 10\sqrt[3]{2} + 15\sqrt[3]{2} - 4\sqrt[3]{2} = 7\sqrt[3]{2}$

b) $\sqrt{\frac{2}{5}} - 4\sqrt{\frac{2 \cdot 3^2}{5^3}} + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{2^3}{3^2 \cdot 5}} = \sqrt{\frac{2}{5}} - \frac{12}{5}\sqrt{\frac{2}{5}} + \frac{2}{9}\sqrt{\frac{2}{5}} = \frac{-53}{45}\sqrt{\frac{2}{5}}$

c) $7\sqrt[3]{3^4 \cdot a} - 2\sqrt[3]{3a^4} + \frac{\sqrt[3]{3a}}{5} = 21\sqrt[3]{3a} - 2a\sqrt[3]{3a} + \frac{\sqrt[3]{3a}}{5} = \left(\frac{106}{5} - 2a\right)\sqrt[3]{3a}$

2. Opera y simplifica:

$$\frac{1}{1 - \frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}} + \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}}$$

$$\frac{1}{\frac{1+\sqrt{3}-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}} + \frac{1}{\frac{1-\sqrt{3}+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}} = 1 + \sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} = 2$$

3. Calcula:

a) $\log x = \log 17 + \log 13$ **b)** $\log x = \log 36 - \log 9$

c) $\log x = 3 \log 5$ **d)** $\log x = \log 12 + \log 25 - 2 \log 6$

e) $\log x = 4 \log 2 - \frac{1}{2} \log 25$

a) $\log x = \log (17 \cdot 13) \Rightarrow x = 17 \cdot 13 = 221$

b) $\log x = \log \frac{36}{9} \Rightarrow x = \frac{36}{9} = 4$

c) $\log x = \log 5^3 \Rightarrow x = 5^3 = 125$

d) $\log x = \log \frac{12 \cdot 25}{6^2} \Rightarrow x = \frac{25}{3}$

e) $\log x = \log 2^4 - \log \sqrt{25}$

$\log x = \log 16 - \log 5$

$\log x = \log \frac{16}{5} \Rightarrow x = \frac{16}{5}$

4. Halla el valor de x que verifica:

a) $3^x = 0{,}005$ **b)** $0{,}8^x = 17$

c) $1{,}5^x = 15$ **d)** $0{,}5^x = 0{,}004$

a) $x = \dfrac{\log 0{,}005}{\log 3} = -4{,}82$ b) $x = \dfrac{\log 17}{\log 0{,}8} = -12{,}70$

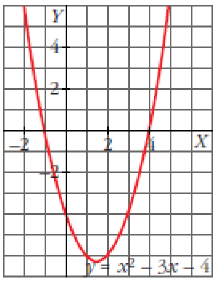
c) $x = \dfrac{\log 15}{\log 1{,}5} = 6{,}68$ d) $x = \dfrac{\log 0{,}004}{\log 0{,}5} = 7{,}97$

5. Resuelve:

a) $x^2 - 3x - 4 < 0$ **b)** $x^2 - 3x - 4 \geq 0$

c) $x^2 + 7 < 0$ **d)** $\begin{cases} x^2 - 3x - 4 \geq 0 \\ 2x - 7 > 5 \end{cases}$

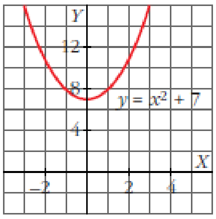
a)



$x^2 - 3x - 4 < 0 \rightarrow$ intervalo $(-1, 4)$

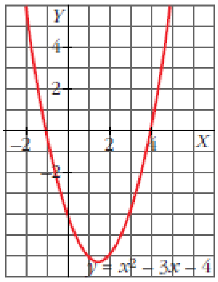
b) $x^2 - 3x - 4 \geq 0 \rightarrow (-\infty, -1] \cup [4, +\infty)$

c)



$x^2 + 7 < 0 \rightarrow$ No tiene solución

d)



$2x - 7 > 5 \rightarrow 2x > 12 \rightarrow x > 6 \rightarrow (6, +\infty)$

$x^2 - 3x - 4 \geq 0 \rightarrow (-\infty, -1] \cup [4, +\infty)$

Solución: $(6, +\infty)$

6. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $(x + 1)^2 - (x - 2)^2 = (x + 3)^2 + x^2 - 20$

b) $\dfrac{x^2 - 2x + 5}{2} - \dfrac{x^2 + 3x}{4} = \dfrac{x^2 - 4x + 15}{6}$

c) $\dfrac{3x + 1}{3} - \dfrac{5x^2 + 3}{2} = \dfrac{x^2 - 1}{2} - \dfrac{x + 2}{3}$

d) $\dfrac{3x^2 - 1}{4} + \dfrac{1}{2}\left[x^2 - 2 - \dfrac{1}{2}x\right] = \dfrac{x^2 - 5}{4}$

a) $x^2 + 1 + 2x - x^2 - 4 + 4x = x^2 + 9 + 6x + x^2 - 20$

$6x - 3 = 2x^2 + 6x - 11$

$8 = 2x^2$

$x_1 = 2, \quad x_2 = -2$

b) $6x^2 - 12x + 30 - 3x^2 - 9x = 2x^2 - 8x + 30$

$x^2 - 13x = 0$

$x(x - 13) = 0$

$x_1 = 0, \quad x_2 = 13$

c) $6x + 2 - 15x^2 - 9 = 3x^2 - 3 - 2x - 4$

$0 = 18x^2 - 8x$

$2x(9x - 4) = 0 \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 4/9 \end{cases}$

d) $\dfrac{3x^2 - 1}{4} + \dfrac{x^2}{2} - 1 - \dfrac{x}{4} = \dfrac{x^2 - 5}{4}$

$3x^2 - 1 + 2x^2 - 4 - x = x^2 - 5$

$4x^2 - x = 0$

$x(4x - 1) = 0 \begin{cases} x_1 = 0 \\ 4x - 1 = 0 \rightarrow x_2 = 1/4 \end{cases}$

7. Resuelve:

a) $\sqrt{5x + 6} = 3 + 2x$

b) $x + \sqrt{7 - 3x} = 1$

c) $\sqrt{2 - 5x} + x\sqrt{3} = 0$

d) $\sqrt{2x} + \sqrt{5x - 6} = 4$

a) $5x + 6 = 9 + 4x^2 + 12x$

$4x^2 + 7x + 3 = 0$

$x = \dfrac{-7 \pm \sqrt{49 - 48}}{8} \begin{cases} x = -3/4 \\ x = -1 \end{cases}$

b) $7 - 3x = 1 + x^2 - 2x$

$x^2 + x - 6 = 0$

$x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} \begin{cases} x = 2 \ \text{(no vale)} \\ x = -3 \end{cases}$

c) $2 - 5x = \left(-x\sqrt{3}\right)^2$

$2 - 5x = x^2 \cdot 3$

$3x^2 + 5x - 2 = 0$

$x = \dfrac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{6} \begin{cases} x = -2 \\ x = 1/3 \ \text{(no vale)} \end{cases}$

d) $\left(\sqrt{5x - 6}\right)^2 = \left(4 - \sqrt{2x}\right)^2$

$5x - 6 = 16 + 2x - 8\sqrt{2x}$

$\left(8\sqrt{2x}\right)^2 = (-3x + 22)^2$

$64 \cdot 2x = 9x^2 + 484 - 132x$

$128x = 9x^2 + 484 - 132x$

$0 = 9x^2 - 260x + 484$

$x = \dfrac{260 \pm \sqrt{67\,600 - 17\,424}}{18} \begin{cases} x = 484/18 = 242/9 \ \text{(no vale)} \\ x = 2 \end{cases}$

8. Expresa con un ángulo del primer cuadrante:

a) $\boldsymbol{sen\ 150°}$	**b)** $\boldsymbol{cos\ 135°}$	**c)** $\boldsymbol{tg\ 210°}$
d) $\boldsymbol{cos\ 225°}$	**e)** $\boldsymbol{sen\ 315°}$	**f)** $\boldsymbol{tg\ 120°}$
g) $\boldsymbol{tg\ 340°}$	**h)** $\boldsymbol{cos\ 200°}$	**i)** $\boldsymbol{sen\ 290°}$

a) $150° = 180° - 30° \ \to\ sen\ 150° = sen\ 30°$

b) $135° = 180° - 45° \ \to\ cos\ 135° = -cos\ 45°$

c) $210° = 180° + 30° \ \to\ tg\ 210° = \dfrac{sen\ 210°}{cos\ 210°} = \dfrac{-sen\ 30°}{-cos\ 30°} = tg\ 30°$

d) $255° = 270° - 15° \ \to\ cos\ 255° = -sen\ 15°$

e) $315° = 360° - 45° \ \to\ sen\ 315° = -sen\ 45°$

f) $120° = 180° - 60° \ \to\ tg\ 120° = \dfrac{sen\ 120°}{cos\ 120°} = \dfrac{sen\ 60°}{-cos\ 60°} = -tg\ 60°$

$\left(\text{También } 120° = 90° + 30° \ \to\ tg\ 120° = \dfrac{sen\ 120°}{cos\ 120°} = \dfrac{-cos\ 30°}{sen\ 30°} = -\dfrac{1}{tg\ 30°}\right)$

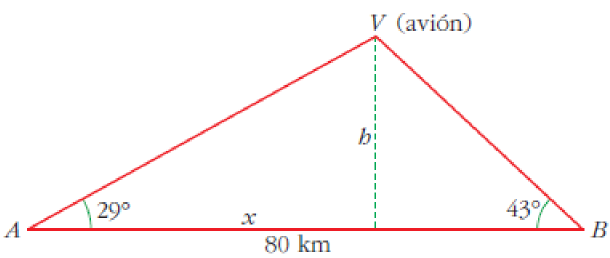
g) $340° = 360° - 20° \ \to\ tg\ 340° = \dfrac{sen\ 340°}{cos\ 340°} = \dfrac{-sen\ 20°}{cos\ 20°} = -tg\ 20°$

h) $200° = 180° + 20° \ \to\ cos\ 200° = -cos\ 20°$

i) $290° = 270° + 20° \ \to\ sen\ 290° = -cos\ 20°$

(También $290° = 360° - 70° \ \to\ sen\ 290° = -sen\ 70°$)

9. Un avión vuela entre dos ciudades, *A* y *B*, que distan 80 km. Las visuales desde el avión a *A* y a *B* forman ángulos de 29° y 43° con la horizontal, respectivamente. ¿A qué altura está el avión?



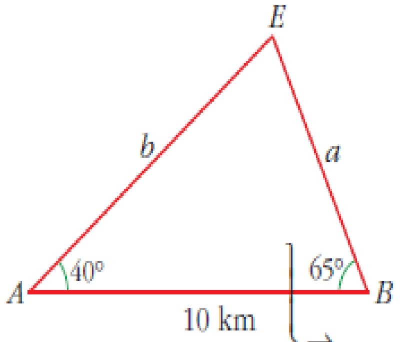
$tg\ 29° = \dfrac{h}{x} \ \to\ x = \dfrac{h}{tg\ 29°}$

$tg\ 43° = \dfrac{h}{80 - x} \ \to\ x = \dfrac{80\ tg\ 43° - h}{tg\ 43°}$

$\dfrac{h}{tg\ 29°} = \dfrac{80\ tg\ 43° - h}{tg\ 43°} \ \to\ h\ tg$
$43° = 80\ tg\ 43°\ tg\ 29° - h\ tg\ 29° \ \to$

$\to\ h = \dfrac{80\ tg\ 43°\ tg\ 29°}{tg\ 43° + tg\ 29°} = 27{,}8 \text{ km}$

10. Para localizar una emisora clandestina, dos receptores, *A* y *B*, que distan entre sí 10 km, orientan sus antenas hacia el punto donde está la emisora. Estas direcciones forman con *AB* ángulos de 40° y 65°. ¿A qué distancia de *A* y *B* se encuentra la emisora?



$\hat{E} = 180° - (\hat{A} + \hat{B}) = 75°$ $\rightarrow$

Aplicando el teorema de los senos:

$$\frac{a}{sen\ 40°} = \frac{10}{sen\ 75°} \rightarrow a = \frac{10 \cdot sen\ 40°}{sen\ 75°} = 6{,}65 \text{ km dista de } B.$$

$$\frac{b}{sen\ 65°} = \frac{10}{sen\ 75°} \rightarrow b = \frac{10 \cdot sen\ 65°}{sen\ 75°} = 9{,}38 \text{ km dista de } A.$$