

1.

Escribe las ecuaciones paramétricas de dos rectas que pasen por $P(4, -3)$ y sean paralela y perpendicular, respectivamente, a r .

$$r: \begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = 4 + 2t \end{cases}$$

$$r: \begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = 4 + 2t \end{cases} \rightarrow \text{Vector dirección de } r: \vec{v}_r = (-5, 2)$$

- Recta paralela a r que pasa por P .

$$P(4, -3) \quad \vec{v}_s = \vec{v}_r = (-5, 2)$$

$$s: \begin{cases} x = 4 - 5t \\ y = -3 + 2t \end{cases}$$

- Recta perpendicular a r que pasa por P .

$$P(4, -3) \quad \vec{v}_l = (2, 5)$$

$$l: \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -3 + 5t \end{cases}$$

2.

La pendiente de r es $3/5$. Halla:

- Las coordenadas de un vector paralelo a la recta r .
- La pendiente de una recta perpendicular a la recta r .
- Las coordenadas de un vector perpendicular a la recta r .

$$a) m_r = \frac{3}{5} \rightarrow \vec{v} = (5, 3) \text{ es paralelo a } r.$$

$$b) -\frac{1}{m} = m_r \rightarrow m = -\frac{5}{3}$$

$$c) m = -\frac{5}{3} \rightarrow \vec{w} = (-3, 5) \text{ es perpendicular a } r.$$

3.

$$s: \begin{cases} x = 5 - t \\ y = 3t \end{cases}. \text{ Halla:}$$

a) Ecuación continua de una recta, r_1 , perpendicular a s que pase por $P_1(5, -3)$.

b) Ecuación implícita de r_2 paralela a s que pase por $P_2(0, 4)$.

c) Ecuación explícita de r_3 perpendicular a s que pase por $P_3(-3, 0)$.

$$s: \begin{cases} x = 5 - t \\ y = 3t \end{cases} \rightarrow P(5, 0) \in s; \vec{v}_s = (-1, 3)$$

a) El vector dirección de r_1 es $\vec{v}_{r_1} = (3, 1)$. $P_1(5, -3) \in r_1$.

$$r_1: \frac{x-5}{3} = \frac{y+3}{1}$$

b) El vector dirección de r_2 es el mismo que el de s : $\vec{v}_{r_2} = (-1, 3)$.

$$P_2(0, 4) \in r_2.$$

$$r_2: \frac{x-0}{-1} = \frac{y-4}{3} \rightarrow 3x = -y + 4 \rightarrow 3x + y - 4 = 0$$

c) El vector dirección de r_3 es el mismo que el de r_1 : $\vec{v}_{r_3} = (3, 1)$.

$$P_3(-3, 0) \in r_3.$$

$$r_3: \frac{x+3}{3} = \frac{y-0}{1} \rightarrow y = \frac{1}{3}x + 1$$

4.

Determina las ecuaciones implícitas de dos rectas que pasen por $P(-3, 4)$ y sean paralela y perpendicular, respectivamente, a r .

$$r: 5x - 2y + 3 = 0$$

$$r: 5x - 2y + 3 = 0 \rightarrow 5x + 3 = 2y \rightarrow y = \frac{5}{2}x + \frac{3}{2}$$

La pendiente de r es $m_r = \frac{5}{2}$.

- Recta s paralela a r que pasa por $P(-3, 4)$.

$$m_s = m_r = \frac{5}{2}$$

$$s: y - 4 = \frac{5}{2}(x + 3) \rightarrow s: 5x - 2y + 23 = 0$$

- Recta l perpendicular a r que pasa por $P(-3, 4)$.

$$m_l = -\frac{1}{m_r} = -\frac{2}{5}$$

$$l: y - 4 = -\frac{2}{5}(x + 3) \rightarrow l: 2x + 5y - 14 = 0$$

5.

Averigua la posición relativa de estos pares de rectas:

a) $r: 3x + 5y - 8 = 0$

b) $r: 2x + y - 6 = 0$

$s: 6x + 10y + 4 = 0$

$s: x - y = 0$

c) $r: \begin{cases} x = 7 + 5t \\ y = -2 - 3t \end{cases}, s: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$

d) $r: 3x - 5y = 0, s: \begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$

a) $r: 3x + 5y - 8 = 0 \rightarrow \vec{n}_r = (3, 5)$

$s: 6x + 10y + 4 = 0 \rightarrow \vec{n}_s = (6, 10)$

$\frac{3}{6} = \frac{5}{10} \neq \frac{-8}{4} \rightarrow$ Las dos rectas son paralelas.

$$\text{b) } r: 2x + y - 6 = 0 \rightarrow \vec{n}_r = (2, 1)$$

$$s: x - y = 0 \rightarrow \vec{n}_s = (1, -1)$$

$$\frac{2}{1} \neq \frac{1}{-1} \rightarrow \text{Las dos rectas se cortan.}$$

$$\text{c) } r: \begin{cases} x = 7 + 5t \\ y = -2 - 3t \end{cases} \rightarrow \vec{v}_r = (5, -3)$$

$$s: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \end{cases} \rightarrow \vec{v}_s = (1, -2)$$

$$\frac{5}{1} \neq \frac{-3}{-2} \rightarrow \text{Las dos rectas se cortan.}$$

$$\text{d) } r: 3x - 5y = 0 \rightarrow \vec{n}_r = (3, -5) \rightarrow \vec{v}_r = (5, 3)$$

$$s: \begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 1 + 3t \end{cases} \rightarrow \vec{v}_s = (5, 3), P_s = (2, 1)$$

Como $\vec{v}_r = \vec{v}_s$ y $P_s \notin r$, las rectas son paralelas.

6.

$$P(-6, -3), Q(9, 5)$$

$$r: 3x - 4y + 9 = 0, s: 5x + 15 = 0$$

Halla la distancia entre los dos puntos. Halla también las distancias de cada uno de los puntos a cada recta.

$$\text{dist}(P, Q) = |\vec{PQ}| = |(15, 8)| = \sqrt{15^2 + 8^2} = \sqrt{289} = 17$$

$$\text{dist}(P, r) = \frac{|3 \cdot (-6) - 4(-3) + 9|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{3}{5}$$

$$\text{dist}(P, s) = \frac{|5(-6) + 15|}{\sqrt{5^2 + 0^2}} = \frac{15}{5} = 3$$

$$\text{dist}(Q, r) = \frac{|3 \cdot 9 - 4 \cdot 5 + 9|}{5} = \frac{16}{5}$$

$$\text{dist}(Q, s) = \frac{|5 \cdot 9 + 15|}{5} = \frac{60}{5} = 12$$

7.

Calcula el valor de los parámetros k y t para que las siguientes rectas se corten en el punto $A(1, 2)$:

$$r: kx - ty - 4 = 0$$

$$s: 2tx + ky - 2 = 0$$

$$\begin{aligned} A \in r &\rightarrow k \cdot 1 - t \cdot 2 - 4 = 0 \\ A \in s &\rightarrow 2t \cdot 1 + k \cdot 2 - 2 = 0 \end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} k - 2t - 4 = 0 \\ 2k + 2t - 2 = 0 \end{array} \right. \text{Resolviendo el sistema: } k = 2; t = -1$$

8.

Determina el valor de k para que las rectas r y s sean paralelas.

$$r: \frac{x-2}{3} = \frac{y}{-2}$$

$$s: \frac{x+5}{-6} = \frac{y-1}{k}$$

Para que sean paralelas, sus vectores dirección han de ser proporcionales; es decir:

$$\frac{3}{-6} = \frac{-2}{k} \rightarrow k = 4$$