1.

Halla las coordenadas de $\overrightarrow{MN}$ y $\overrightarrow{NM}$, siendo $M(7, -5)$ y $N(-2, -11)$.

$\overrightarrow{MN} = (-2, -11) - (7, -5) = (-9, -6)$

$\overrightarrow{NM} = (7, -5) - (-2, -11) = (9, 6)$

2.

Averigua si están alineados los puntos $P(7, 11)$, $Q(4, -3)$ y $R(10, 25)$.

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{PQ} = (-3, -14)\\ \overrightarrow{QR} = (6, 28)\end{array}\right\} \rightarrow \frac{-3}{6} = \frac{-14}{28} \rightarrow A,\ B \text{ y } C \text{ están alineados.}$$

3.

Calcula el valor de k para que los puntos de coordenadas

$$A(1, 7) \qquad B(-3, 4) \qquad C(k, 5)$$

estén alineados.

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AB} = (-4, -3)\\ \overrightarrow{BC} = (k + 3, 1)\end{array}\right\} \rightarrow \frac{-4}{k+3} = \frac{-3}{1} \rightarrow -4 = -3k - 9 \rightarrow 3k = -5 \rightarrow k = \frac{-5}{3}$$

4.

Halla las ecuaciones paramétricas, continua, implícita y explícita de la recta que pasa por A y B, siendo:

a) $A(-1, -1)$, $B(3, 3)$ **b)** $A(0, 4)$, $B(6, 0)$

c) $A(3, 5)$, $B(-1, 5)$ **d)** $A(3, 5)$, $B(3, 2)$

a) $A(-1, -1)$; $B(3, 3)$ $\rightarrow$ $\overrightarrow{AB} = (4, 4)$

Paramétricas: $\begin{cases} x = 3 + 4\lambda \\ y = 3 + 4\lambda \end{cases}$ Continua: $\dfrac{x-3}{4} = \dfrac{y-3}{4}$

Implícita: $x - y = 0$ Explícita: $y = x$

b) $A(0, 4)$; $B(6, 0)$ $\rightarrow$ $\overrightarrow{AB} = (6, -4)$

Paramétricas: $\begin{cases} x = 6\lambda \\ y = 4 - 4\lambda \end{cases}$ Continua: $\dfrac{x}{6} = \dfrac{y-4}{-4}$

Implícita: $-4x - 6y + 24 = 0$ Explícita: $y = \dfrac{-4}{6}x + 4$

c) $A(3, 5)$; $B(-1, 5)$ $\rightarrow$ $\overrightarrow{AB} = (-4, 0)$

Paramétricas: $\begin{cases} x = 3 - 4\lambda \\ y = 5 \end{cases}$ Continua: $\dfrac{x-3}{-4} = \dfrac{y-5}{0}$

Implícita: $y - 5 = 0$ Explícita: $y = 5$

d) $A(3, 5)$; $B(3, 2)$ $\rightarrow$ $\overrightarrow{AB} = (0, -3)$

Paramétricas: $\begin{cases} x = 3 \\ y = 5 - 3\lambda \end{cases}$ Continua: $\dfrac{x-3}{0} = \dfrac{y-5}{-3}$

Implícita: $x - 3 = 0$ Explícita: No existe, pues se trata de una recta vertical de ecuación $x = 3$.

5.

Obtén las ecuaciones implícita, paramétricas y continua de la recta $y = 2x + 3$.

$y = 2x + 3$

- Buscamos dos puntos de la recta y su vector dirección:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Si } x = 0 \rightarrow y = 2 \cdot 0 + 3 = 3 \rightarrow A(0, 3) \\ \text{Si } x = 1 \rightarrow y = 2 \cdot 1 + 3 = 5 \rightarrow B(1, 5) \end{array}\right\} \rightarrow \overrightarrow{AB} = (1, 2)$$

- Implícita: $2x - y + 3 = 0$
- Paramétricas: $\begin{cases} x = \lambda \\ y = 3 + 2\lambda \end{cases}$
- Continua: $\dfrac{x-0}{1} = \dfrac{y-3}{2}$

6.

a) Encuentra dos puntos, P y Q, pertenecientes a la recta r: $2x - 3y + 6 = 0$.

b) Comprueba que $\overrightarrow{PQ}$ es perpendicular a $(2, -3)$.

c) Escribe las ecuaciones paramétricas de r.

d) Escribe su ecuación explícita y comprueba que el vector $(1, m)$ es paralelo a $\overrightarrow{PQ}$ (m es la pendiente de r).

a) r: $2x - 3y + 6 = 0$

— Si $x = 0 \rightarrow 2 \cdot 0 - 3y + 6 = 0 \rightarrow y = 2 \rightarrow P(0, 2)$

— Si $x = -3 \rightarrow 2 \cdot (-3) - 3y + 6 = 0 \rightarrow y = 0 \rightarrow Q(-3, 0)$

b) $\overrightarrow{PQ} = (-3, -2)$

$\overrightarrow{PQ} \perp (2, -3) \Leftrightarrow \overrightarrow{PQ} \bullet (2, -3) = 0$

$(-3, -2) \bullet (2, -3) = (-3) \cdot 2 + (-2) \cdot (-3) = -6 + 6 = 0$

c) r: $\begin{cases} x = -3\lambda \\ y = 2 - 2\lambda \end{cases}$

d) Despejamos y en la ecuación de r:

$$2x - 3y + 6 = 0 \rightarrow 2x + 6 = 3y \rightarrow \frac{2}{3}x + 2 = y$$

Explícita: $y = \dfrac{2}{3}x + 2$

$$m = \frac{2}{3} \rightarrow (1, m) = \left(1, \frac{2}{3}\right)$$

El vector $\left(1, \dfrac{2}{3}\right)$ es paralelo a $\overrightarrow{PQ}$ si sus coordenadas son proporcionales:

$$(-3, -2) = \lambda\left(1, \frac{2}{3}\right) \rightarrow \lambda = -3$$

Los vectores son proporcionales y, por tanto, paralelos.