1.

Las siguientes propuestas están referidas a triángulo rectángulos que se designan por ABC, siendo C en ángulo recto.

a) Datos: $c = 32$ cm, $\hat{B} = 57°$. Calcula a.

b) Datos: $c = 32$ cm, $\hat{B} = 57°$. Calcula b.

c) Datos: $a = 250$ m, $b = 308$ m. Calcula c y $\hat{A}$.

d) Datos: $a = 35$ cm, $\hat{A} = 32°$. Calcula b.

e) Datos: $a = 35$ cm, $\hat{A} = 32°$. Calcula c.

Solución:

a) $\cos \hat{B} = \frac{a}{c} \rightarrow a = c \cos \hat{B} = 17{,}43$ cm

b) $\operatorname{sen} \hat{B} = \frac{b}{c} \rightarrow b = c \operatorname{sen} \hat{B} = 26{,}84$ cm

c) $c = \sqrt{a^2 + b^2} = 396{,}69$ m

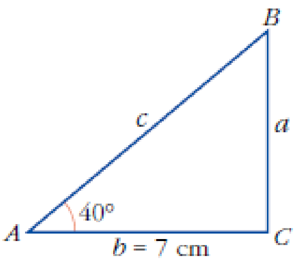
$tg\ \hat{A} = \frac{a}{b} = 0{,}81 \rightarrow \hat{A} = 39°\ 3'\ 57''$

d) $tg\ \hat{A} = \frac{a}{b} \rightarrow b = \frac{a}{tg\ \hat{A}} = 56{,}01$ cm

e) $\operatorname{sen} \hat{A} = \frac{a}{c} \rightarrow c = \frac{a}{\operatorname{sen} \hat{A}} = 66{,}05$ cm

2.

Para determinar la altura de un poste nos hemos alejado 7 m de su base y hemos medido el ángulo que forma la visual al punto más alto con la horizontal, obteniendo un valor de 40°. ¿Cuánto mide el poste?

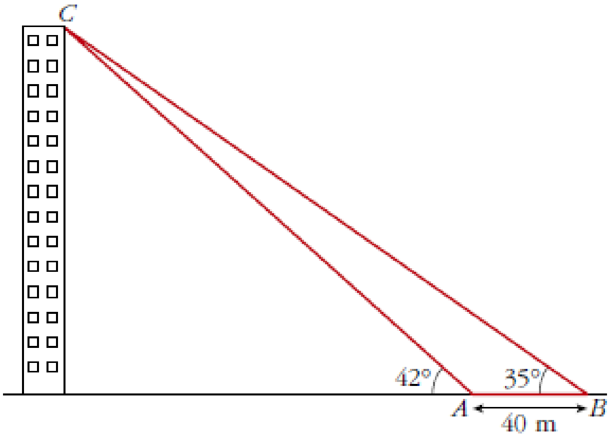


$tg\ 40° = \frac{a}{7} \rightarrow a = 7\ tg\ 40° = 5{,}87$ m

3.

Estamos en *A*, medimos el ángulo bajo el que se ve el edificio (42°), nos alejamos 40 m y volvemos a medir el ángulo (35°). ¿Cuál es la altura del edificio y a qué distancia nos encontramos de él?

Observa la ilustración:



$$\left.\begin{array}{l} tg\ 42° = \dfrac{h}{d} \rightarrow h = d\ tg\ 42° \\ tg\ 35° = \dfrac{h}{d+40} \rightarrow h = (d+40)tg\ 35° \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow d\ tg\ 42° = (d+40)\ tg\ 35° \rightarrow d = \frac{40\ tg\ 35°}{tg\ 42° - tg\ 35°} = 139{,}90 \text{ m}$$

$h = d\ tg\ 42° = 125{,}97$ m

La altura es 125,97 m. La primera distancia es 139,90 m, y ahora, después de alejarnos 40 m, estamos a 179,90 m.

4.

Resuelve los siguientes triángulos:

a) $a = 12$ **cm;** $b = 16$ **cm;** $c = 10$ **cm**

b) $b = 22$ **cm;** $a = 7$ **cm;** $\hat{C} = 40°$

c) $a = 8$ **m;** $b = 6$ **m;** $c = 5$ **m**

d) $b = 4$ **cm;** $c = 3$ **cm;** $\hat{A} = 105°$

e) $a = 4$ **m;** $\hat{B} = 45°$ **y** $\hat{C} = 60°$

f) $b = 5$ **m;** $\hat{A} = \hat{C} = 35°$

Solución:

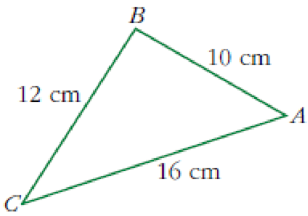
a) • $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$

$12^2 = 16^2 + 10^2 - 2 \cdot 16 \cdot 10 \cos \hat{A}$

$144 = 256 + 100 - 320 \cos \hat{A}$

$\cos \hat{A} = \dfrac{256 + 100 - 144}{320} = 0{,}6625$

$\hat{A} = 48°\ 30'\ 33''$



• $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B}$

$256 = 144 + 100 - 2 \cdot 12 \cdot 10 \cos \hat{B}$

$\cos \hat{B} = \dfrac{144 + 100 - 256}{240} = -0{,}05$

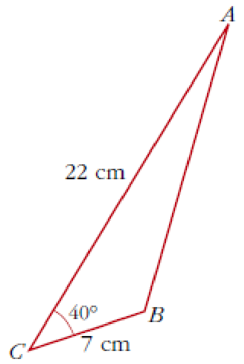
$\hat{B} = 92°\ 51'\ 57{,}5''$

b) • $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$

$c^2 = 7^2 + 22^2 - 2 \cdot 7 \cdot 22 \cos 40° =$

$= 49 + 484 - 235{,}94 = 297{,}06$

$c = 17{,}24$ cm



• $\dfrac{a}{\operatorname{sen} \hat{A}} = \dfrac{c}{\operatorname{sen} \hat{C}} \rightarrow \dfrac{7}{\operatorname{sen} \hat{A}} = \dfrac{17{,}24}{\operatorname{sen} 40°}$

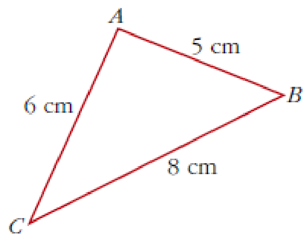
$\operatorname{sen} \hat{A} = \dfrac{7 \operatorname{sen} 40°}{17{,}24} = 0{,}26$

$\hat{A} = \begin{cases} \hat{A}_1 = 15°\ 7'\ 44{,}3'' \\ \hat{A}_2 = 164°\ 52'\ 15{,}7'' \rightarrow \text{No válida} \end{cases}$

(La solución A_2 no es válida, pues $\hat{A}_2 + \hat{C} > 180°$).

• $\hat{B} = 180° - (\hat{A} + \hat{C}) = 124°\ 52'\ 15.7''$

c) • $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$



$64 = 36 + 25 - 2 \cdot 6 \cdot 5 \cos \hat{A}$

$\cos \hat{A} = \dfrac{36 + 25 - 64}{60} = -0{,}05$

$\hat{A} = 92°\ 51'\ 57{,}5''$

• $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B}$

$36 = 64 + 25 - 2 \cdot 8 \cdot 5 \cos \hat{B}$

$\cos \hat{B} = \dfrac{64 + 25 - 36}{80} = 0{,}6625$

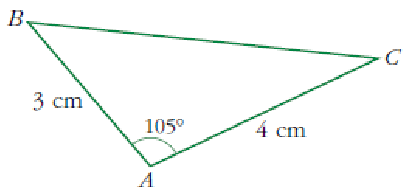
$\hat{B} = 48°\ 30'\ 33''$

• $\hat{C} = 180° - (\hat{A} + \hat{B}) = 38°\ 37'\ 29{,}5''$

d) • $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} =$

$= 16 + 9 - 2 \cdot 4 \cdot 3 \cos 105° = 31{,}21$

$a = 5{,}59$ m



• $\dfrac{a}{\operatorname{sen} \hat{A}} = \dfrac{b}{\operatorname{sen} \hat{B}}$

$\dfrac{5{,}59}{\operatorname{sen} 105°} = \dfrac{4}{\operatorname{sen} \hat{B}}$

$\operatorname{sen} \hat{B} = \dfrac{4 \cdot \operatorname{sen} 105°}{5{,}59} = 0{,}6912$

$\hat{B} = \begin{cases} \hat{B}_1 = 43°\ 43'\ 25{,}3'' \\ \hat{B}_2 = 136°\ 16'\ 34{,}7'' \rightarrow \text{No válida} \end{cases}$

(La solución $\hat{B}_2$ no es válida, pues $\hat{A}_2 + \hat{B}_2 > 180°$).

• $\hat{C} = 180° - (\hat{A} + \hat{B}) = 31°\ 16'\ 34{,}7''$

e) • $\hat{A} = 180° - (\hat{B} + \hat{C}) = 75°$

• $\dfrac{a}{\operatorname{sen} \hat{A}} = \dfrac{b}{\operatorname{sen} \hat{B}}$

$\dfrac{4}{\operatorname{sen} 75°} = \dfrac{b}{\operatorname{sen} 45°}$

$b = \dfrac{4 \cdot \operatorname{sen} 45°}{\operatorname{sen} 75°} = 2{,}93$ m

• $\dfrac{a}{\operatorname{sen} \hat{A}} = \dfrac{c}{\operatorname{sen} \hat{C}} \rightarrow \dfrac{4}{\operatorname{sen} 75°} = \dfrac{c}{\operatorname{sen} 60°}$

$c = \dfrac{4 \cdot \operatorname{sen} 60°}{\operatorname{sen} 75°} = 3{,}59$ m

f) • $\hat{B} = 180° - (\hat{A} + \hat{C}) = 110°$

• $\dfrac{b}{sen\ \hat{B}} = \dfrac{a}{sen\ \hat{A}} \rightarrow \dfrac{5}{sen\ 110°} = \dfrac{a}{sen\ 35°}$

$a = \dfrac{5 \cdot sen\ 35°}{sen\ 110°} = 3{,}05$ m

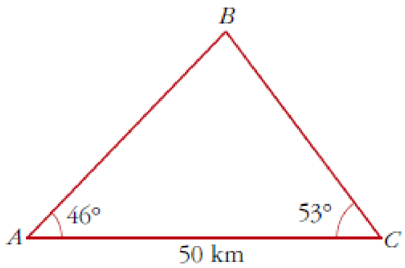
• Como $\hat{A} = \hat{C} \rightarrow a = c \rightarrow c = 3{,}05$ m

5.

Un barco B pide socorro y se reciben sus señales en dos estaciones de radio, A y C, que distan entre sí 50 km. Desde las estaciones se miden los siguientes ángulos: $\widehat{BAC} = 46°$ y $\widehat{BCA} = 53°$. ¿A qué distancia de cada estación se encuentra el barco?

Solución:

$\hat{B} = 180° - 46° - 53° = 81°$

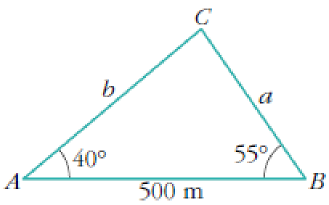


• $\dfrac{a}{sen\ \hat{A}} = \dfrac{b}{sen\ \hat{B}} \rightarrow a = \dfrac{b\ sen\ \hat{A}}{sen\ \hat{B}} = \dfrac{50 \cdot sen\ 46°}{sen\ 81°} = 36{,}4$ km

• $\dfrac{c}{sen\ \hat{C}} = \dfrac{b}{sen\ \hat{B}} \rightarrow c = \dfrac{b\ sen\ \hat{C}}{sen\ \hat{B}} = \dfrac{50 \cdot sen\ 53°}{sen\ 81°} = 40{,}4$ km

6.

Dos amigos situados en dos puntos, A y B, que distan 500 m, ven la torre de una iglesia, C, bajo los ángulos $\widehat{BAC} = 40°$ y $\widehat{ABC} = 55°$. ¿Qué distancia hay entre cada uno de ellos y la iglesia?



$\hat{C} = 180° - (40° + 55°) = 85°$

$\dfrac{a}{sen\ 40°} = \dfrac{500}{sen\ 85°} \rightarrow a = 322{,}62$ m

$\dfrac{b}{sen\ 55°} = \dfrac{500}{sen\ 85°} \rightarrow b = 411{,}14$ m

La distancia de A a la iglesia es de 411,14 m, y la de B a la iglesia, 322,62 m.